

DOSSIER MATEMÀTIQUES 1r ESO
per preparar l'examen de setembre

Nom i cognoms: _____ 1r _____

Pots imprimir el dossier o resoldre'ls en un quadern copiant sempre els enunciats dels exercicis. No es necessari copiar la teoria.

Cal fer-los pas per pas amb totes les operacions necessàries.

Recorda que en els problemes sempre cal posar les dades i contestar a la pregunta.

Tema 1. Els nombres naturals

Un **nombre natural** és qualsevol dels nombres 0, 1, 2, 3..., 19, 20, 21..., que es poden utilitzar per a comptar els elements d'un conjunt finit. Per exemple: 24 pomes, 2 camions o 1123 peixos, són situacions on es compta amb nombres naturals. El conjunt de tots els nombres naturals se simbolitza per la lletra \mathbb{N} .

1. Resol els següents càlculs.

a) $1497 - 588 + 328 =$	b) $7208 \times 93 =$	c) $6386 \div 8 =$
d) $3936 \div 32 =$	e) $389 - (156 - 83) =$	f) $6125 \div 49 =$

Aproximar un nombre vol dir substituir-lo per un altre que tengui un valor pròxim al seu valor real de manera que sigui més comode.

L'aproximació que utilitzarem és l'**arrodoniment**. Per fer-ho cercam l'ordre de la xifra demanada i ens fixam en la següent:

- Si és menor que 5 (0, 1, 2, 3, 4) la deixam com està i totes les xifres següents es substitueixen per zeros.
21 728 arrodonit a les centenes. Centenes és el 7 i ve seguit d'un 2, menor que 5. El 7 queda com està i les xifres que el segueixen es transformen en zeros: 21 700
- Si és 5 o major (5, 6, 7, 8, 9) sumam 1 a la del ordre que ens demana i totes les següents es substitueixen per zeros.
- 32 848 arrodonit a les Desenes. Desenes és el 4 i ve seguit d'un 8, major que 5. Sumam 1 al 4 i les següents es transformen en zero: 32 850

2. Aproxima els següents nombres fins l'ordre indicat:

	4 281	32 089	15 173	8 456
Fins les desenes				
Fins les centenes				
Fins les unitats de miler				

3. A l'hort de na Laura hi ha 270 tarongers i 205 llimoners. Sabem que de mitjana tenim:

- 25 kg de taronges per taronger
- 20 kg de llimons per llimoner
- 10 kg de fruita per cistella

a. Quants quilos de taronges recollirà?

b. Quants quilos de llimons recollirà?

c. Quantes cistelles utilitzarà per recollir tota la fruita?

4. El veler d'en Pau porta 365 quilos en mercaderia en el seu camarot i carregem 4 embalums més de 42 quilos cadascun. Quants quilos porta ara?

5. Na Rosa està d'ajudant en un campament d'estiu. Surten d'excursió amb 252 nens i tenen 6 autobussos. Quants nens aniran en cada autobús?

6. Un botiguer ha comprat les pomes a 22€ la caixa i les ven a 2€ el quilo. Si sabem que una caixa conté 15kg, quantes caixes ha de vendre per obtenir 600€ de benefici?
Benefici = Guanys - Cost.

7. Amb la venda de 21 vaques hem comprat 8 cavalls i ens ha sobrat 7 250 €. Si cada cavall s'ha valorat en 800€, en quina quantitat s'ha valorat cada vaca?

8. Per comprar un cotxe es paga una entrada de 1 800 € i 36 mensualitats de 420€. Quants diners pagarà per el cotxe en total?

La **jerarquia de les operacions** és una llista de regles que defineixen en quin ordre es faran els càlculs en les operacions combinades.

Si vull calcular $2 + 3 \times 7$ no dóna el mateix resultat si començam amb la suma que amb la multiplicació:

$$2 + 3 \times 7 = 5 \times 7 = 21$$

$$2 + 3 \times 7 = 2 + 21 = 23$$

La correcta és la segona ja que les multiplicacions es fan abans que les sumes. Si volem fer la suma primer, hi posarem un parèntesis: $(2 + 3) \times 7$

L'ordre per fer les operacions és:

1r Parèntesis.

2n Multiplicacions i divisions, sempre d'esquerra a dreta.

3r Sumes i restes, sempre d'esquerra a dreta.

$$2 \times (3 + 6) - 4 \times 2 = 2 \times 9 - 4 \times 2 = 18 - 8 = 10$$

9. Resol les següents operacions combinades:

a. $6 + 4 \cdot 3 - 2 =$

e. $6 + 4 \cdot (5 - 3 + 8) =$

b. $5 \cdot 3 + 8 \cdot 4 - 2 \cdot 6 =$

f. $(6 + 8) : 2 + 18 : (5 + 4) =$

c. $10 - 10 : 2 + 15 : 3 + 4 \cdot 4 =$

g. $5 + 4 \cdot 3 - 1 =$

d. $(4 + 8 - 3 + 5) \cdot 4 + 2$

h. $(5 + 4) \cdot (3 - 1)$

Una **potència** és un producte que té tots els seus factors iguals. El factor que es repeteix és la **base** de la potència, i el nombre de vegades que es repeteix el factor és l'**exponent** de la potència.

Així, el producte $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ és una potència de base 3 i d'exponent 6. De manera abreujada, escrivim 3^6 .

10. Desenvolupa les potències i calcula el seu valor:

a) $7^2 =$

d) $2^6 =$

b) $3^4 =$

e) $1^7 =$

c) $5^3 =$

f) $4^3 =$

g) $10^4 =$

h) 6^2

Les propietats de les potències s'empren per reduir a una sola potència una multiplicació o una divisió quan coincideixen les bases o els exponents. Aquestes són:

- Multiplicació amb la mateixa base: Es deixa la base i es sumen els exponents.
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \rightarrow 2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
- Divisió amb la mateixa base: Es deixa la base i es resten els exponents.
 $a^m \div a^n = a^{m-n} \rightarrow 4^7 \div 4^2 = 4^{7-2} = 4^5$
- Multiplicació amb el mateix exponent: Es multipliquen les bases i es deixa l'exponent.
 $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \rightarrow 4^7 \cdot 3^7 = (4 \cdot 3)^7 = 12^7$
- Divisió amb el mateix exponent: Es divideixen les bases i es deixa l'exponent.
 $a^m \div b^m = (a \div b)^m \rightarrow 10^3 \div 2^3 = (10 \div 2)^3 = 5^3$
- Potència elevada a una altra. Es deixa la base i es multipliquen els exponents.
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \rightarrow (5^3)^6 = 5^{3 \cdot 6} = 5^{18}$

11. Mitjançant les propietats de les potències, redueix les següents a una sola.

a) $4^4 \cdot 4^8 =$

e) $3^2 \cdot 3^6 \cdot 3 =$

i) $7^6 \cdot 7^3 =$

b) $2^6 \cdot 5^6 =$

f) $8^5 : 8^2 =$

j) $10^4 \cdot 3^4 =$

c) $(10^9)^6 =$

g) $(3^7)^2 =$

d) $12^5 : 3^5 =$

h) $6^{12} : 6^7 =$

Tema 2. Divisibilitat

Dos nombres a i b estan emparentats per la **relació de divisibilitat** quan un cap en l'altre una quantitat exacta de vegades, és a dir, quan la seva divisió és exacte (el residu és zero).

$$12 : 3 = 4, \text{ residu} = 0$$

Entre 12 i 3 existeix una relació de divisibilitat.

Com existeix una relació de divisibilitat entre 12 i 3 direm que podem dir:

3 és divisor de 12.

12 és múltiple de 3.

També $12 : 4 = 3$, residu 0

4 és divisor de 12.

12 és múltiple de 4.

12. Digues raonadament si existeix una relació de divisibilitat entre les següents parelles de nombres?

a) 702 i 9

b) 2801 i 13

c) 4216 i 34

El **múltiple** d'un nombre és el resultat de multiplicar aquest per 1, per 2, per 3, per 73, ... per qualsevol nombre natural.

Múltiples de 8 = {8, 16, 24, 32, 40, 48, ... , 800, 808, ... }

13. Escriu els 10 primers:

- múltiples de 13:
- múltiples de 25:

Els **divisors** d'un nombre són tots aquells nombres que el poden dividir i la divisió dóna exacte. Per trobar-los faré la següent graella.

Provaré per ordre els nombres. Si dóna exacte el posaré en la fila de divisors i el resultat de la divisió en la de baix. Ho faré fins trobar una parella que es repetixi però a l'inrevés.

Els divisors són les dues files.

divisors de 24:

divisor (cal ser divisió exacte)	1	2	3	4	6
resultat de la divisió	24	12	8	6	4

divisors (24) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

14. Troba tots els:

- divisors de 40:

- divisors de 72:

Un **criteri de divisibilitat** és una regla que ens serveix per saber si un número es pot dividir entre un altre sense necessitat de fer la divisió.

15. Cerca els següents criteris de divisibilitat i completa:

- Un nombre es pot dividir entre 2 quan

- Un nombre es pot dividir entre 3 quan

- Un nombre es pot dividir entre 5 quan

- Un nombre es pot dividir entre 11 quan

16. Utilitzant els criteris de divisibilitat digues si els següents nombres són divisibles entre 2, 3, 5 i/o 11.

	125	270	385	816	1 527	4 725	9 526
entre 2							
entre 3							
entre 5							
entre 11							

Un **nombre primer** és un nombre natural major que 1 que només es pot dividir entre 1 i ell mateix.

Aquest són 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37

Els nombres que no són primers es diuen **nombres compostos**.

Factoritzar un nombre és descompondre'l com a producte de nombres primers:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline 48 & = 2^4 \cdot 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline 60 & = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

17. Factoritza els següents nombres: 72, 120, 165.

El **màxim comú divisor** de dos nombres és el més gran dels divisors que tenen en comú.

Es calcula de la següent manera:

1r. Es factoritzen els nombres.

2n. Es prenen els factors repetits elevats al mínim exponent.

$$24 = 2^3 \cdot 3 \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2 \quad \text{M.C.D.}(24,36) = 2^2 \cdot 3$$

18. Calcula el màxim comú divisor de:

a) 36 i 40

b) 50 i 60

c) 48 i 108

El **mínim comú múltiple** de dos nombres és el múltiple més petit entre els dos.

Es calcula de la següent manera:

1r. Es factoritzen els nombres.

2n. Es prenen els factors repetits i no repetits elevats al màxim exponent.

$$45 = 3^2 \cdot 5 \quad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{m.c.m.}(45,60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

19. Calcula el mínim comú múltiple de:

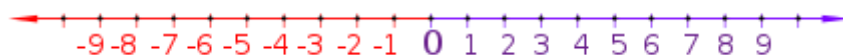
a) 32 i 40

b) 49 i 77

c) 80 i 100

Tema 3. Nombres enters

El conjunt de nombres enters està format per el conjunt de nombres naturals, el zero i els nombres negatius que s'escriuen amb un menys davant del nombre. Aquest conjunt es designa per \mathbb{Z} .



20. Expressa les següents situacions mitjançant un nombre enter:

a) He gastat 6 euros.

b) He pujat del 2n al 5è pis

c) Fa calor. Estam a 26°C

d) Tinc 18€

e) Estam a 5^o baix zero

f) El submarí navega a 15 metres sota el nivell de la mar

21. Ordena de menor a major, els nombres enters següents:

-4 -2 +5 +11 -14 +8 -8

Per sumar o restar dos nombres enters:

- si tenen el mateix signe, es sumen i es posa el signe que porten:

$$+3 + 9 = +12 \quad -12 - 4 = -16$$

- si tenen signe diferent, es resten i es posa el signe del major d'ells:

$$-8 + 4 = -4 \quad -3 + 4 = +1$$

22. Resol les següents operacions:

a) $-5 + 4 =$

d) $-6 + 2 =$

g) $1 - 9 =$

b) $-3 - 8 =$

e) $7 - 4 =$

h) $+2 - 12 =$

c) $+1 + 4 =$

f) $-5 + 8 =$

i) $-5 - 13 =$

Per sumar o restar més de dos nombres enters:

- s'agrupen els positius amb els positius i els negatius amb els negatius.

- es sumen

- es resten els resultats posant el signe del major d'elles:

$$+3 - 7 - 5 + 1 + 4 - 2 =$$

$$+3 + 1 + 4 = +8$$

$$-7 - 5 - 2 = -14$$

$$= +8 - 14 = -6$$

23. Calcula:

a) $10 - 3 - 4 =$

b) $8 - 6 - 5 =$

c) $3 + 8 - 5 - 1 =$

d) $5 - 6 + 12 - 14 =$

e) $-2 + 3 - 4 + 5 - 6 =$

Per sumar i restar nombres entre parèntesis només cal conèixer les següents regles bàsiques:

- Si davant del parèntesis hi ha un més (o cap signe si és el primer), el nombre conserva el seu signe:

$$-4 + (+3) = -4 + 3 = -1$$

$$(+5) + (-2) = +5 - 2 = +3$$

- Si davant de parèntesis hi ha un menys, el nombre canvia el seu signe:

$$\begin{aligned}(-4) - (+1) &= -4 - 1 = -5 \\ -3 - (-6) &= -3 + 6 = +3\end{aligned}$$

24. Calcula:

a) $(+5) + (+3) =$

d) $-6 + (-2)$

b) $(-8) + (+2) =$

e) $+(-2) - (-2) =$

c) $-(-10) + (-6) =$

f) $-(-3) - (-6) =$

g) $(+10) - (+8) + (+3) - (-7) =$

h) $(-3) - (+5) + (-2) + (-1) - (-10) =$

i) $(+12) - (-16) + (+15) + (-22) - (+13) =$

j) $(-18) + (-5) - (-32) - (+27) - (-12) =$

Per multiplicar o dividir dos nombres enters:

- multiplicam els signes mitjançant la regla dels signes:
si són iguals el resultat és positiu
si són diferents el resultat és negatiu
- multiplicar o dividim els nombres.

$$(-10) \cdot (+2) = -20$$

$$(-27) : (-3) = +9$$

25. Resol les següents operacions:

a) $(-5) \cdot (-3) =$

d) $(-10) : (-2) =$

g) $(-18) : (+2) =$

b) $7 \cdot (-2) =$

e) $(-7) \cdot (-3) =$

h) $(-24) : (+3) =$

c) $(+20) : (+4) =$

f) $-8 \cdot 4 =$

i) $(+14) : (-2) =$

26. La temperatura de dins la casa és de 21°C i la de l'exterior és de -2°C . Quina diferència de temperatura hi ha entre dins i fora?

27. En un autobús hi viatgen 18 passatgers. En una primera parada en baixen 5 i en pugen 2; en una segona parada en baixen 3 i en pugen 7 i en la tercera parada en pugen 9 i en baixen 5. Quants passatgers hi ha ara l'autobús. Escriu una operació que representi la situació.

Per resoldre operacions combinades amb nombres enters, cal seguir el mateix ordre que en els nombres naturals:

1r Parèntesis.

2n Multiplicacions i divisions, sempre d'esquerra a dreta.

3r Sumes i restes, sempre d'esquerra a dreta.

$$\begin{aligned} (-2) \cdot [(-1) + (-3)] - (+4) : [(+5) - (+3)] &= && \text{Simplificam parèntesis i operam dins.} \\ = (-2) \cdot [-1 - 3] - (+4) : [+5 - 3] &= \\ = (-2) \cdot (-4) - (+4) : (+2) &= && \text{Multiplicam i dividim.} \\ = (+8) - (+2) &= && \text{Sumam i restam.} \\ = +8 - 2 = +6 & \end{aligned}$$

28. Calcula:

a. $15 + (3 - 10 - 7 + 1) - (5 - 8 - 9) =$

b. $(-1) \cdot (+9) + (+5) \cdot (+3) - (+8) \cdot (+2) =$

c. $(-20) : (-10) - (+15) : (-5) + (+8) \cdot (+3) =$

d. $(+4) \cdot (10 - 8) + (-3) \cdot (5 + 2) - (+18) : (4 - 10) =$

e. $(-8) \cdot [(+2) - (+6)] - (+3) \cdot [(-1) - (-5)] =$

f. $(+4) \cdot [(-2) + (-10) - (-7)] + (-4) \cdot (+3) =$

g. $(-40) : [(-2) \cdot (-5) - (-1) \cdot (-2)] + (-30) : (-6) =$

T4. Els nombres decimals

Un **nombre decimal** és un nombre no enter que està forma per una part entera i una decimal. Serveixen per expressar quantitat no enteres: $0'43$, $-6'425$, $+1'333$, ...

D	U	D	C	M	D	C	M
E	N	È	E	I	E	E	I
S	I	C	N	L	U	N	L
E	T	I	T	L	M	T	I
N	A	M	È	È	I	M	O
E	T	E	S	S	L	L	N
S	S	S	I	I	L	L	E
			M	M	È	È	S
			E	E	S	S	I
			S	S	I	M	M
					E	E	E
					S	S	S
3	2,	1	7	4	9	2	5

Per llegir un nombre decimal es llegeix la part entera seguida de la paraula “unitats” i la part decimal seguida de l'ordre de la darrera xifra:

- $3'45$: Tres unitats i quartanta-cinc centèsimes.
- $1'00008$: Una unitat i 8 cent mil·lèsimes.

29. Escriu com es llegeixen les següents quantitats:

- a. $39'155$
- b. $0'5$
- c. $12'2973$
- d. $4'14$

30. Posa el signe corresponent ($<$, $>$ o $=$) entre els nombres:

- a) $4'7$ $4'68$
- b) $1'29$ $1'3$
- c) $5'06$ $5'007$

d) $6'8$ $6'008$

e) $4'21$ $4'2100$

f) $2'325$ $2'34$

31. Ordena de menor a major:

a. $5'2$ $6'1$ 5 $4'8$ $5'9$

b. $0'49$ $0'5$ $0'401$ $0'473$ $0'486$

c. $-2'3$ $2'12$ $1'05$ $-0'782$ $0'2$

Per **arrodonir** un nombre cercarem la xifra de l'ordre indicat i ens fixarem en la següent.

- Si és menor que 5 (0, 1, 2, 3, 4) la deixam com está i eliminarem les següents.
 $2'137$ fins les dècimes. Dècimes és l'1 i està seguit d'un 3 per tant no canvia. $2'1$.
- Si és 5 o major (5, 6, 7, 8, 9) sumam 1 a la del ordre que ens demana i totes les següents s'eliminen.
 $2'3274$ fins les centèsimes. Centèsimes és el 2 seguit d'un 7, per tant es suma 1 al 2 i les següents s'eliminen. $2'33$.

32. Aproxima els nombres fins l'ordre indicat.

	$8'3927$	$6'1832$	$0'4773$	$2'4183$
Fins le unitats				
Fins les dècimes				
Fins les centèsimes				
Fins les mil·lèsimes				

Per **sumar** o **restar** nombres decimals aquests es sumen (o resten) unitats amb unitats, dècimes en dècimes... col·locant-se uns damunt els altres de manera que les comes es trobin en la mateixa columna.

Per **multiplicar** nombres decimals es multipliquen com si fossin naturals i en el resultat es prenen tantes xifres decimals com hi ha sumant-ne les dels dos factors.

33. Resol les següents operacions:

$4'73 + 12'5 + 8'217 =$	$14'328 - 5'79 =$	$19 + 8'32 + 12'1 =$
$12'7 - 8'14 =$	$7'32 \cdot 3'7 =$	$62'12 \cdot 1'24 =$

Per **dividir** nombres decimals ens trobam en diferents situacions:

A. Decimal entre natural: Es fa una divisió com si fos de nombres naturals i quan hem de baixar la primera xifra decimal es posa la coma en el quocient i es segueix igual.

$$\begin{array}{r} 2 \ 3' \ 4 \ | \ 3 \\ \underline{2 \quad \quad \quad} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 3' \ 4 \ | \ 3 \\ \underline{2 \ 4 \ 7' \ 8} \\ 0 \end{array}$$

B. Natural o decimal entre decimal: Es mira quants de decimals hi ha en el divisor i es multiplica dividend i divisor per 1 seguit de zeros. Seguirem com A o C.

$$\begin{array}{r} 4 \ 1' \ 6 \ | \ 0' \ 0 \ 4 \\ \underline{\quad \quad \quad} \\ \cdot 1 \ 0 \ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \ 1 \ 6 \ 0 \ | \ 4 \\ \underline{0 \ 0 \ 6 \quad \quad} \\ 0 \quad \quad 2 \ 0 \\ \underline{\quad \quad \quad} \\ 0 \end{array}$$

C. Natural entre natural i extreure nombres decimals: un cop feta la divisió, si el residu és diferent a zero, posam coma en el quocient i afegim un zero al residu per continuar dividint. Si volem seguir més tornam a afegir zero al residu fins que s'acabi o arribem a l'ordre demanat.

$$\begin{array}{r} 1 \ 7 \quad \quad \quad | \ 8 \\ \underline{1 \ 0 \quad \quad \quad} \\ 2 \ 0 \quad \quad \quad \\ \underline{\quad \quad \quad} \\ 4 \ 0 \\ \underline{\quad \quad \quad} \\ 0 \end{array}$$

34. Resol les següents divisions. Si no és exacte, extreu dos xifres decimals.

$416'8 : 8 =$	$31'2 : 12$	$102'2 : 7 =$
$103 : 0'33 =$	$66 : 27 =$	$9'15 : 5'8 =$

35. Les alçades de tres amics sumen 5 metres. Maria fa 1,61 m i Ximo 1,67 m. Calcula quant fa Manolo.

36. En Jaume va a comprar i porta una cistella que pesa 1,25 kg. Compra dues bosses de taronges que pesen 3,4 kg cadascuna. Quants quilos pesa en total la compra?

37. En un riu de 7,26 km de llargaria han ficat accessos cada 0,3 km. Quants accessos han posat?

38. Un llibre de 672 pàgines té un gruix de 4'44 cm. Si les cobertes tenen un gruix d'1'2 mm cada una, quin és el gruix d'un full?

39. A la parcela d'en Benet han recol·lectat aquest any 435'8 kg de patates més que l'any passat, que en recol·lectaren 893'7. Quants de quilos han recol·lectat? Si els ven a 0'32 €/kg, quant guanyarà?

40. He comprat 3 kg de pomes a 1'65€/kg, 2 kg i quart de cebes a 1'80€/kg i 3 gelats per 155€ cada. Quant fa el total de la compta. Si pago amb un bitllet de 1€, quant em tornaran?

T5. Proporcionalitat i percentatges

Dues magnituds són **directament proporcionals** si al multiplicar o dividir una d'elles per un nombre, l'altra queda multiplicada o dividida per el mateix nombre.

Exemple: El pes de la fruita i el preu que pagaré per ella.

Dues magnituds són **inversament proporcionals** si al multiplicar o dividir una d'elles per un nombre, l'altra queda dividida o multiplicada pel mateix nombre.

Exemple: El nombre de pintors i el temps que tardaran en pintar una casa.

41. Indica els parells de magnituds que són directament proporcionals (D), els que són inversament proporcionals (I) i els que no guarden cap tipus de proporcionalitat (X)
- La velocitat d'un cotxe i el temps que tarda en anar de Santa Eulària a Sant Antoni.
 - El temps que funciona l'aspirador i la quantitat d'energia que gasta.
 - El pes d'un pollastre i el cost.
 - L'edat d'una persona i el nombre de vegades que va al metge.
 - La quantitat de nens i el nombre de caramels que rebran d'una bossa de caramels.
 - Les vegades que un jugador de bàsquet llança a cistella i els punts que aconsegueix.

Per resoldre un problema de proporcionalitat directa, primer comprovarem que ho és i després utilitzarem el següent esquema per col·locar les dades:

$$\left. \begin{array}{l} A \longrightarrow B \\ C \longrightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{B \cdot C}{A}$$

Exemple: Una font dona 208 litres d'aigua en 8 minuts. Quants litres d'aigua donarà en un quart d'hora?

Quant més minuts, més litres d'aigua donarà la font.
Situam els nombres:

<i>Minuts</i>	<i>Litres</i>	
8	208	$\rightarrow x = \frac{208 \cdot 15}{8} = \frac{3120}{8} = 390$
15	<i>x</i>	

Resposta: La font donarà 390 litres en 15 minuts.

42. Per a cuinar una paella d'arròs per a 10 persones posem 1 kg d'arròs. Quina quantitat d'arròs necessitarem si venen 6 persones més a menjar?

Per resoldre un problema de proporcionalitat inversa, primer comprovarem que ho és i després utilitzarem el següent esquema per col·locar les dades:

$$\left. \begin{array}{l} A \longrightarrow B \\ C \longrightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{A \cdot B}{C}$$

Exemple: Tres grifos iguals tarden a omplir un dipòsit 30 minuts. Quant tardaran cinc grifos iguals que els anteriors?

Quant més grifos oberts, menys temps tardaran en omplir el dipòsit.
Situam els nombres:

<i>Grifos</i>	<i>Minuts</i>	
3	30	$\rightarrow x = \frac{3 \cdot 30}{5} = \frac{90}{4} = 18$
5	x	

Resposta: Els grifos tardaran 18 minuts en omplir el dipòsit.

43. Divuit alumnes han pagat 6 euros cadascun per comprar un regal a una companya, quant haurà de pagar cada un si al final parcitipen 24 alumnes?

Resol els següents exercicis

44. Per fabricar 30Kg de xocolata es necessiten 10Kg de cacau. Quants Kg de xocolata es podran fer amb 64Kg de cacau?

45. En una illa 24 excursionistes tenen aigua per a 20 dies. Si fossin 14 excursionistes, per quants dies tindrien aigua?

46. Sis obrers varen tardar 20 hores en pintar una façana, quant tardarien 8 obrers?

Un **percentatge** representa una part d'un total de 100. S'escriu P% i es llegeix "P per cent".

P% de A es calcula com

$$P\% \text{ de } Q = \frac{P \cdot Q}{100}$$

$$30\% \text{ de } 350 = \frac{30 \cdot 350}{100} = \frac{10\,500}{100} = 105$$

47. Calcula els següents percentatges:

- a. 26% de 200 =
- b. 35% de 4000 =
- c. 20% de 310 =

48. El poble de Quart té 3650 habitants dels quals el 12% són menors de 12 anys. Quants nens i nenes menors de 12 anys té el poble?

49. Un restaurant sereveix 60 menús diaris dels quals el 5% són vegetarians? Quants menús vegetarians i no vegetarians serveixen?

Per calcular quin percentatge representa una quantitat respecte a un total dividim la quantitat entre el total i multiplicam per 100.

Quin percentatge representa 27 respecte a 75?

$$\frac{27}{75} \cdot 100 = 0'36 \cdot 100 = 36\%$$

50. En una classe de 40 alumnes elegeixen a na Maria com a delegada amb 24 vots. Quin percentatge de vots ha obtingut?

Per calcular el total si coneixem el percentatge que representa certa quantitat, utilitzarem:

$$\frac{\text{Quantitat} \cdot 100}{\text{Percentatge}}$$

270 d'una escola fan servir el transport escolar, cosa que suposa el 30% de l'alumnat. Quants alumnes té l'escola?

$$\frac{270 \cdot 100}{30} = \frac{27\,000}{30} = 900$$

Resposta: L'escola té 900 alumnes.

51. El 70% dels espectadors d'un partit de futbol, que són 6300, són seguidors de l'equip local. Quants espectadors hi ha en el partit?

Per fer un **augment o disminució percentual** calcularem el tant per cent i després li sumarem o restarem a la quantitat corresponent.

He comprat un vestit que costava 40€ però m'han fet un descompte del 15%. Quant he pagat finalment?

$$\text{Descompte: } 15\% \text{ de } 40 = \frac{15 \cdot 40}{100} = \frac{600}{100} = 6$$

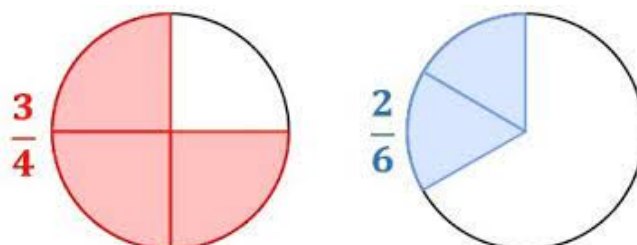
Pagaré $40 - 6 = 34$ euros.

52. Els assistents al teatre el darrer any ha augmentat en un 12%. Si l'any passat hi havia 140 000 espectadors, quants n'hi ha enguany?

53. La venda de cotxes diesel ha baixat en un 5%. Si abans se'n venien 5000 a la setmana, quants se'n venen ara?

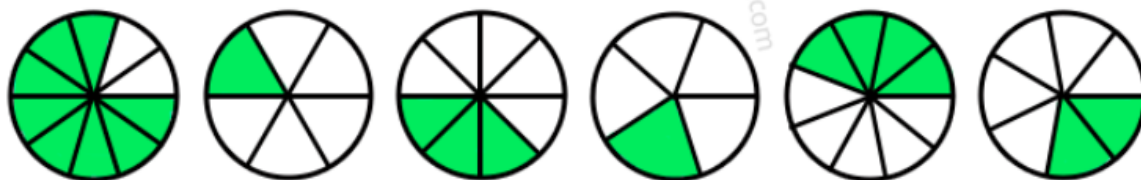
Tema 6. Fraccions

Una **fracció** és un número que expressa la quantitat de parts que es prenen d'una unitat dividida en proporcions iguals.



El número de dalt es denomina **numerador** i indica la quantitat de parts que es prenen. El número de baix es denomina **denominador** i indica en quantes parts iguals s'ha dividit la unitat.

54. Escriu la fracció que representen els següents dibuixos:



La fracció és un **operador**.

Una caixa conté 40 bombons i ja ens hem menjat dos cinquenes parts. Quants bombons ens hem menjat?

$$\frac{2}{5} \text{ de } 40 = \frac{2 \cdot 40}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

Ens hem menjat 16 bombons.

mateix número

- Podem fer els productes encreuats i veure si donen el mateix resultat.

$$\frac{1}{4} = 0'25 \text{ i } \frac{2}{8} = 0'25 \quad \frac{1}{4} \text{ i } \frac{2}{8} \rightarrow \begin{cases} 1 \cdot 8 = 8 \\ 2 \cdot 4 = 8 \end{cases}$$

Les fraccions són equivalents.

58. Comprova si els següents parells de fraccions són equivalents:

$$(a) \frac{3}{7} \text{ i } \frac{9}{21} \quad (b) \frac{3}{8} \text{ i } \frac{9}{20}$$

Per trobar fraccions equivalents hem de multiplicar o dividir numerador i denominador per un mateix número:

$$\frac{20}{15} = \frac{20 \cdot 3}{15 \cdot 3} = \frac{60}{45} \quad \frac{20}{15} = \frac{20 : 5}{15 : 5} = \frac{4}{3}$$

59. Escribe quatre fraccions equivalents a:

$$\frac{9}{12} =$$

Simplificar o reduir una fracció vol dir dividir numerador i denominador per un mateix número fins no poder dividir més. La fracció obtinguda s'anomena **fracció irreductible** o **fracció simplificada**.

$$\frac{45}{60} = \frac{45 : 3}{60 : 3} = \frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$$

60. Simplifica les següents fraccions:

$$\frac{75}{125}$$

$$\frac{33}{66}$$

$$\frac{72}{90}$$

Reduir fraccions a comú denominador vol dir escriure fraccions equivalents a les donades totes elles amb el mateix denominador.

El denominador comú és el mínim comú múltiple de tots els denominadors.

$$\frac{2}{3}, \frac{1}{4} \text{ i } \frac{5}{6} \quad mcm(3, 4 \text{ i } 6) = 12$$

Per trobar el numerador de les noves fraccions dividim el mcm entre el denominador i multiplicam per el numerador:

$$\frac{2}{3} \rightarrow 12:3 = 4, \quad 4 \cdot 2 = 8 \rightarrow \frac{8}{12}$$

$$\frac{1}{4} \rightarrow 12:4 = 3, \quad 1 \cdot 3 = 3 \rightarrow \frac{3}{12}$$

$$\frac{5}{6} \rightarrow 12:6 = 2, \quad 2 \cdot 5 = 10 \rightarrow \frac{10}{12}$$

Serveix per:

- ordenar fraccions.
- sumar/restar fraccions.

61. Ordena de petit a gran les fraccions:

- anteriors

$$- \frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{1}{2}$$

Per **sumar i restar** fraccions hem de passar-les a comú denominador. Es sumen o resten els numerador i es queda el mateix denominador

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = \frac{8+3-10}{12} = \frac{1}{12}$$

Per **multiplicar** es multipliquen els números en línia:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{6}{20}$$

Per **dividir** es multiplica en creu:

$$\frac{2}{7} ; \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$$

IMPORTANT

Per resoldre operacions combinades es segueix la jerarquia de les operacions:

1r parèntesis

2n multiplicacions i divisions

3r sumes i restes.

Només s'ha de treure comú denominador en les sumes i restes.

Si un número no té denominador, l'hi posarem un 1 per fer els càlculs.

62. Resol les següents operacions:

$$(a) \frac{5}{2} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} =$$

$$(b) \frac{3}{7} + 2 - \frac{5}{14} =$$

$$(c) \frac{10}{3} - 1 + \frac{5}{4} =$$

$$(d) \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$(e) 2 \cdot \frac{4}{10} =$$

$$(f) \frac{3}{5} : \frac{4}{8} =$$

$$(g) \frac{6}{7} : 4 =$$

$$(h) \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$(i) \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{2}{3} =$$

$$(j) \frac{1}{4} \div 2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} =$$

$$(k) \frac{1}{4} \div \left(2 + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{9} =$$

63. D'un treball de 180 pàgines, en Pau n'ha passat a l'ordinador $\frac{1}{5}$ d'elles; na Rosa, $\frac{1}{3}$ i la resta, na Laura. Quina fracció de pàgines ha passat a l'ordinador na Laura? Quantes pàgines han passat a l'ordinador cadascú d'ells?

64. En una caixa hi ha 8 bolles grogues, 3 de vermelles i 5 de blaves. Escriu en forma de fracció simplificada el nombre de bolles que hi ha de cada color.

65. Quantes botelles d'1/3 de litre s'omplin amb una garrafa de 20 litres?

Tema 7. Geometria

L'àrea d'una figura plana és la mesura de la superfície d'aquesta.
El **perímetre** és la suma de tots els costats.

66. Mira el següent vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=DxE3bt-bUMg&t=515s> (Las aventuras de Troncho y Poncho: las áreas de los polígonos regulares) i escriu totes les fórmules de les àrees que es troben allí.

67. Calcula el perímetre i l'àrea de les següents figures:

