



**DOSSIER MATEMÀTIQUES ACADÈMIQUES**  
**4t ESO**

Nom i Llinatges:.....GRUP:.....

**Pots utilitzar la calculadora però cal fer els exercicis pas per pas amb totes les operacions necessàries.**

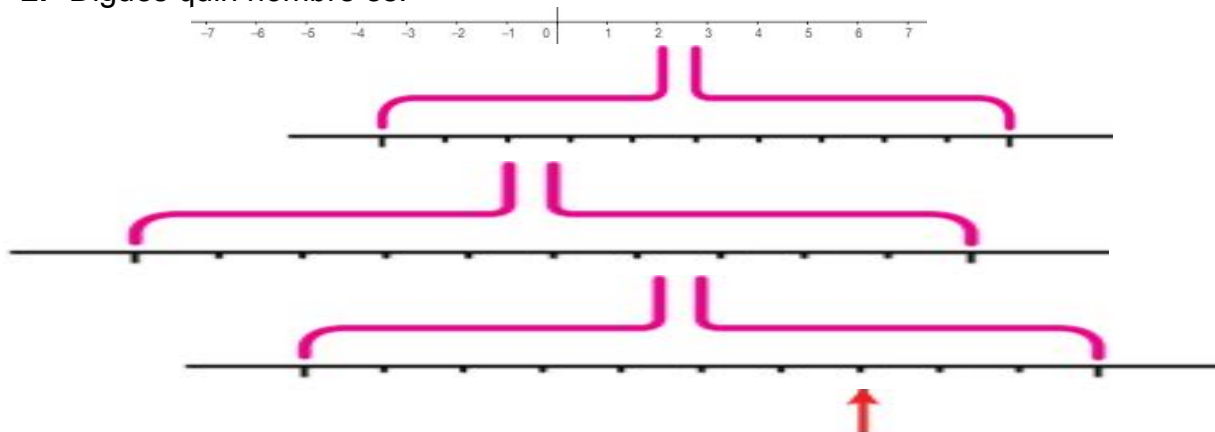
**TEMA 1**

1. Completa el quadre següent

	<i>N – NATURAL</i>	<i>Z – ENTER</i>	<i>Q – RACIONAL</i>	<i>NO RACIONALS</i>
2				
-1				
$\sqrt{2}$				
$3, \hat{6}$				
$5,3\hat{1}2$				

Com identifiques i diferències cada tipus?

2. Digues quin nombre és:



3. Escriu els següents conjunts de nombres en forma d'interval o semirecta, i representa'ls.

- a) Entre -1 i 9, ambdós inclosos
- b) Menors o iguals a 2
- c) Entre -1 i 4

4. Completa el quadre:

REPRESENTACIÓ	FORMA D'INTERVAL	FORMA DE DESIGUALTAT
_____	[ 1, 4)	
_____		{x/ x > 8}
_____	( - ∞, - 2]	
_____		{x/ 4 > x > 2}

5. Expressa en forma de potencia (si es pot resol)

a)  $\sqrt[3]{x^4}$

b)  $\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}}$

c)  $(\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^6}})^8$

6. Extreu els factors que sigui possible extreure (observa l'exemple):

a)  $\sqrt{432}$

b)  $\sqrt{432a^5b^4}$

c)  $\sqrt[7]{2^{17} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23} \cdot 7^{15}}$

7. Simplifica les expressions (seguint les propietats):

a)  $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

b)  $\sqrt{150} \cdot \sqrt{6}$

c)  $3\sqrt[3]{686} - \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54}$

8. Racionalitza i simplifica:

a)  $\frac{6}{\sqrt{3}}$

b)  $\frac{1}{\sqrt{4^3}}$

c)  $\frac{2}{1-\sqrt{13}}$

9. Aplica la definició de logaritme i calcula:

a)  $\log_7 343$

b)  $\log_5 0,0016$

c)  $\log_a \sqrt[3]{a^7}$

10. Calcula la base dels logaritmes següents:

a)  $\log_a 10000 = 4$

b)  $\log_b \frac{1}{16} = 4$

11. Usa les propietats dels logaritmes i resol les expressions següents:

a)  $\log_2 250 - 3 \cdot \log_2 5$

b)  $\log_3 9^2 \cdot \log 100 - \log_2 \frac{\sqrt[4]{16}}{2}$

12. Sabent que  $\log \log a = 1,2$  i  $\log b = 0,4$ , calcula els logaritmes següents:

a)  $\log (a^2 : \sqrt[3]{b})$

## TEMA 2

13. Siguin  $P(x) = 6x^4 + 2x^3 - x + 5$ ,  $Q(x) = 3x^4 + x^2 - 3x$ ,  $R(x) = 5x^3 - 4x^2 + x + 36$ . Efectua les següents operacions:

a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) + R(x)$

c)  $P(x) - Q(x)$

d)  $R(x) - P(x)$

e)  $2P(x) + Q(x) - 3R(x)$

f)  $P(x) \cdot Q(x)$

14. Calcula els següents productes:

a)  $3x^2(7x^5 - 5x^3 + 2)$

b)  $-5x \left[ -x^5 + (3x^2)^2 - 1 \right]$

c)  $-\frac{5}{2}xy(3x^2 - \frac{4}{2}xy^2)$

d)  $(5x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5) \cdot (x - 2)$

e)  $(-x^3 + 2x^2 + 1) \cdot (x^2 - x + 3)$

15. Fes les següents **DIVISIONS**. Si es pot resoleu-les amb RUFFINI.

a)  $(x^4 - 3x^3 + x + 1) : (x^2 + 2) =$

b)  $(x^4 - 3x^2 + 4x + 7) : (x - 5) =$

c)  $(-x^2 + 3x - 7) : (x - 3)$

d)  $(x^4 - 5x^3 + x - 1) : (x^2 - x + 1)$

e)  $(x^6 - 4x^5 + 3x^2 - 4x + 5) : (x + 2)$

16. **Factoritza** aquests polinomis tot indicant les seves arrels:

a)  $4x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 14x - 4 =$

b)  $x^5 + 4x^4 + 8x^3 =$

c)  $x^3 + 3x^2 + 10x + 8 =$

d)  $x^4 + x^3 - x^2 + x + 6$

f)  $10x^5 + 27x^4 - 45x^3 - 85x^2 + 75x + 18$

e)  $12x^7 - 48x^6 + 36x^5 + 48x^4 - 48x^3$

17. Simplifica les següents expressions (calcular fins a no poder sumar o restar res més):

a)  $2(x + 2) - (x + 1)^2 + 7x$

b)  $3x \left( x - \frac{4}{3} \right) + 2(x + 3)(x - 3) + 10$

$$c) 2xy^2 + x(2xy - 5y^2) + 4x^2y$$

18. Troba el **m.c.m** dels següents polinomis:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x$$

$$Q(x) = x^2 - 1$$

19. **Simplifica** aquestes fraccions algebraiques.

$$a) \frac{6x^3(x+1)(x-3)(x+7)}{9x(x+1)^2(x+3)} =$$

$$b) \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 1} =$$

20. **Efectua** aquests **càlculs** amb fraccions algebraiques i simplifica, si és possible, el resultat:

$$a) \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} =$$

$$b) \left[ \left( x + \frac{1}{x} \right) : \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] \cdot (x - 1) =$$

21. Calcula el valor de  $m$  perquè el polinomi  $P(x) = m x^3 + 2 m x^2 - 3 x + 1$  sigui divisible per  $(x - 1)$ .

### TEMA 3

22. Resol les següents equacions:

$$a) x^4 - 7x^2 - 18 = 0$$

$$b) \frac{1}{x+2} + \frac{7}{4} = \frac{x+2}{x}$$

$$c) x + \sqrt{3x+7} = 7$$

$$d) (x+1)^3 \cdot (x-3)^2 \cdot (x^2-4) = 0$$

23. Resol la següent equació (mitjançant el mètode de Ruffini):

$$10x^5 - 17x^4 - 17x^3 + 19x^2 + 7x - 2 = 0$$

24. Resol els següents sistemes d'equacions (amb el mètode que prefereixis):

$$a) \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 43 \\ 2x^2 - y^2 = 41 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

25. Resol les següents inequacions:

$$a) \frac{9-2x}{4} \geq x - 1$$

$$b) -3x + 4 < 6x - (3x - 9)$$

$$c) \left(\frac{1}{2}\right)(x + 6) \leq \frac{x}{5} - \frac{2x}{3}$$

26. Resol els següents sistemes d'inequacions:

$$a) \begin{cases} 5x - 3 \leq x + 1 \\ 2x + 2 \geq x - 2 \end{cases}$$

27. Un viatge al país A costa 130€ de desplaçaments (viatjar) més 37€ diaris, i un viatge al país B costa 450€ de desplaçaments més 25€ diaris. En quines condicions serà més econòmic viatjar al país B?

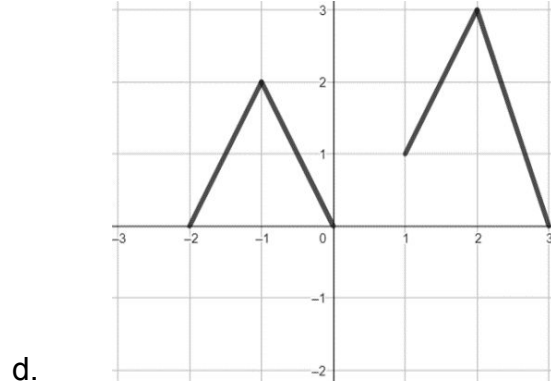
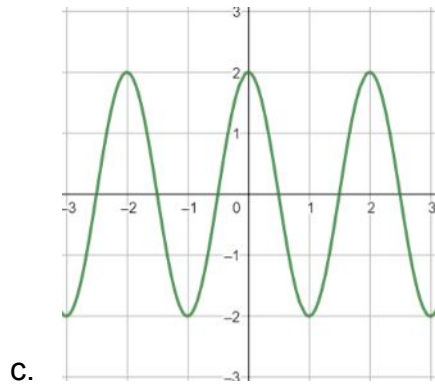
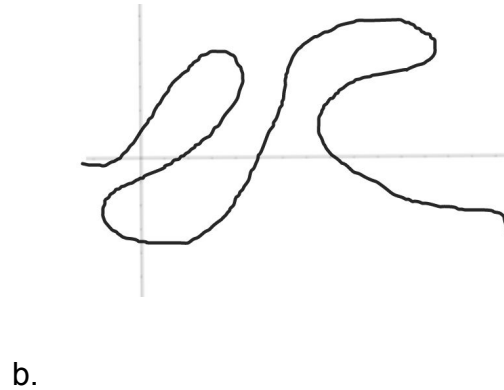
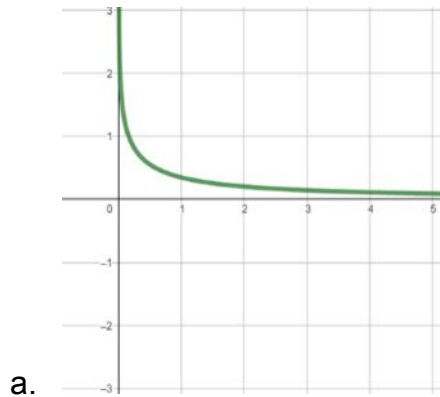
28. Resol les següents equacions:

$$a) 2^{x^2+1} = 32$$

$$b) (-x^2 + 10x) = 2$$

## TEMA 4

29. Observa els gràfics següents:



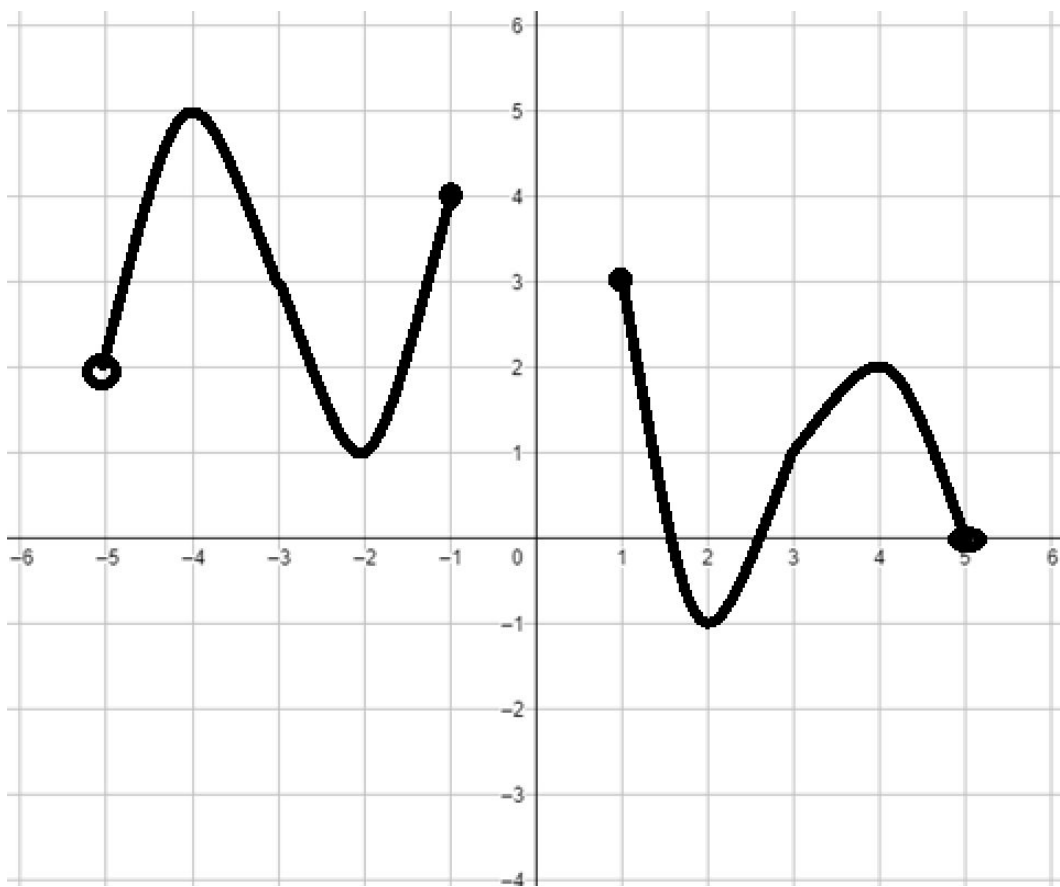
a) Quines són funcions i quines no? **PER QUÈ?**

b) Hi ha algun que sigui **periòdic**? **QUIN i PER QUÈ?** Digues el seu període.

c) Hi ha algun que tingui alguna **tendència**? **QUIN i CAP A ON?**

d) Hi ha alguna **funció discontinua**? **QUINA i COM HO SAPS?**

30. Veient el següent gràfic respon a les preguntes:



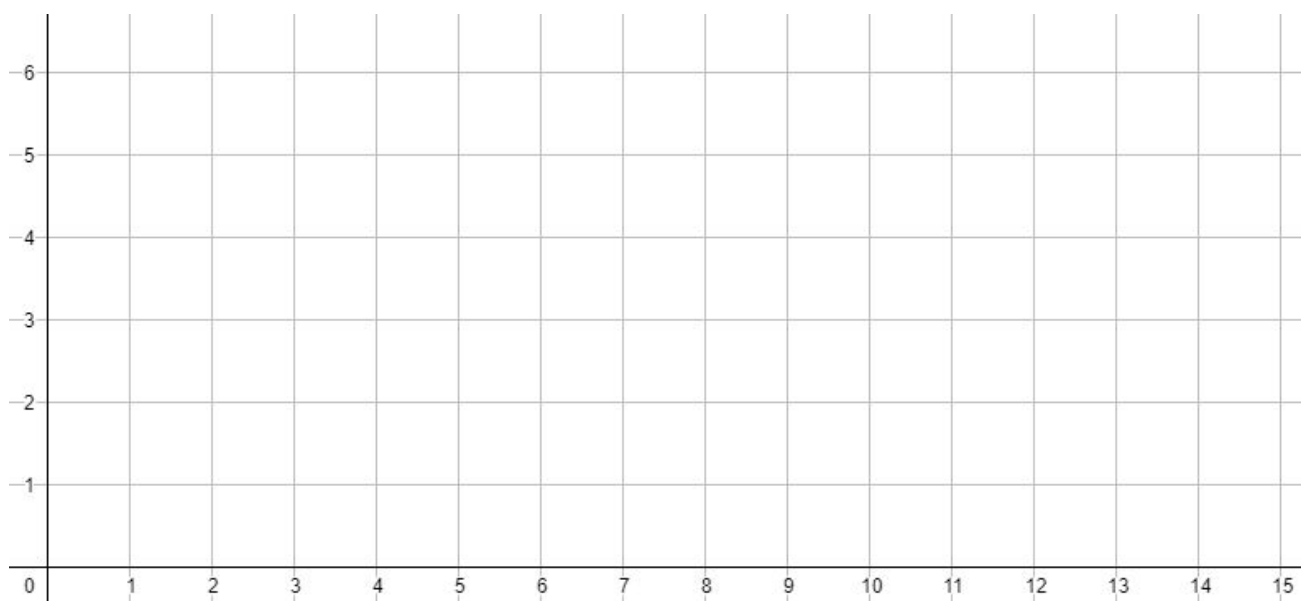
- Domini de la funció
- Recorregut
- Discontinuitats
- Creixement i decreixement
- Màxims i mínims.

31. Una cisterna s'omple i buida automàticament expulsant 6 litres d'aigua cada 7 minuts. Quan el dipòsit és buit comença l'ompliment, en **2 minuts s'ompli** la cisterna, roman plena **4 minuts** i es buida en **1 minut**. Aquest procés es repeteix periòdicament.

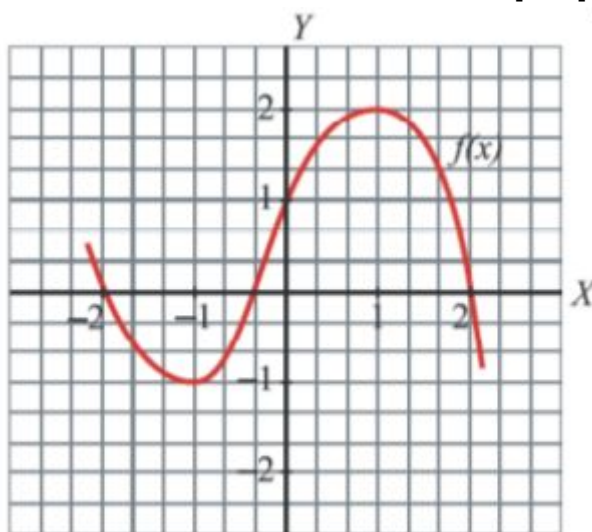
a. Representa la funció periòdica per als primers 14 minuts.

b. Calcula quants de litres tindrà la cisterna als 45 minuts

c. Calcula quants litres tindrà la cisterna a la hora i 5 minuts.



32. Observa aquesta funció i troba'n la TVM en els intervals  $[-2, 1]$ .







36. Enllaça cada equació amb la seva representació i **EXPLICA** com ho saps.

a)  $y = 2x + 4$

b)  $y = -x^2 - 2x + 3$

c)  $y = -3x$

d)  $y = \frac{0,25}{x+1}$

e)  $y = 6x^2 + x - 1$

f)  $y = 0,6^x$

g)  $y = 2\sqrt{x+2}$

h)  $y = 2^x$

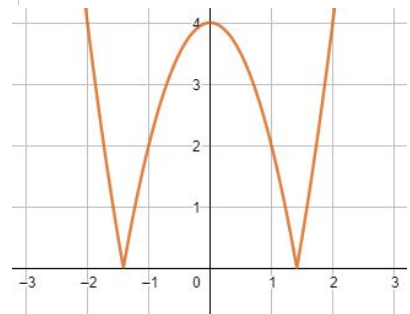
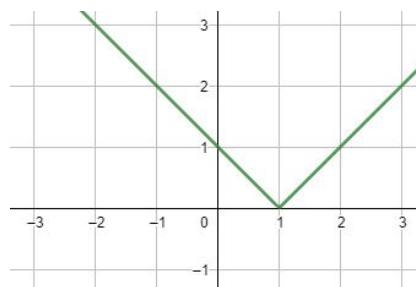
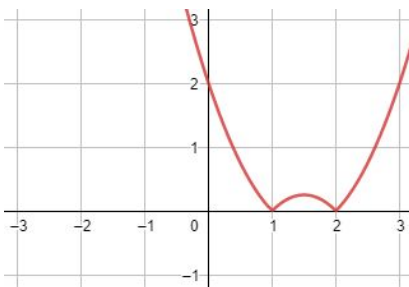
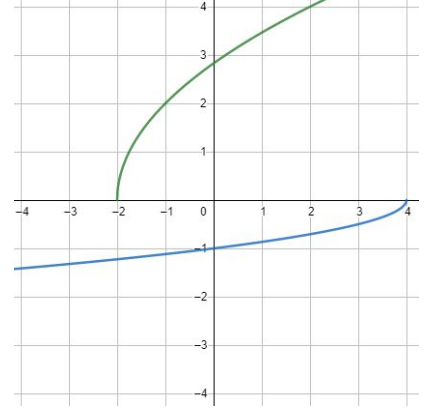
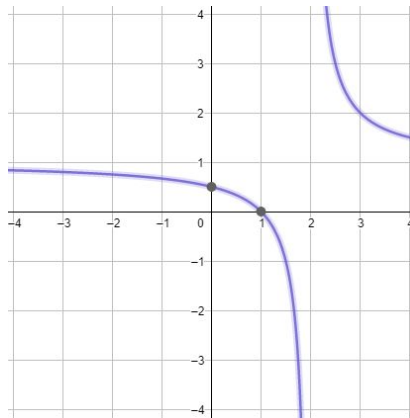
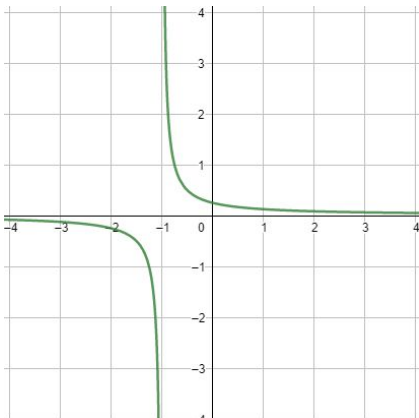
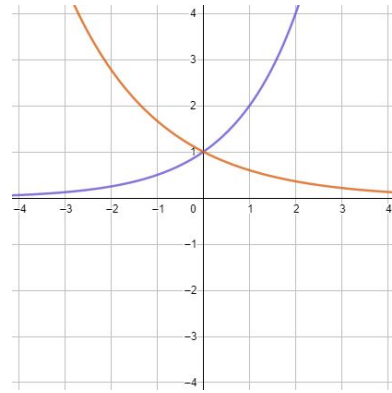
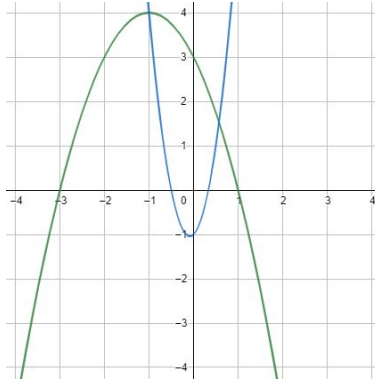
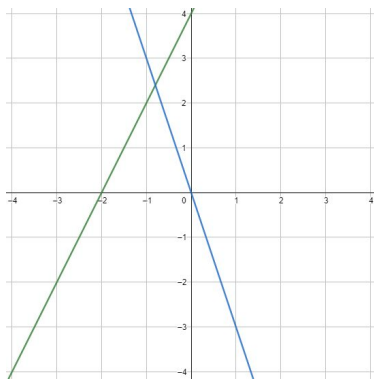
i)  $y = \frac{1}{x-2} + 1$

j)  $y = -\frac{1}{2}\sqrt{-x+4}$

a)  $y = |x - 1|$

b)  $|x^2 - 3x + 2|$

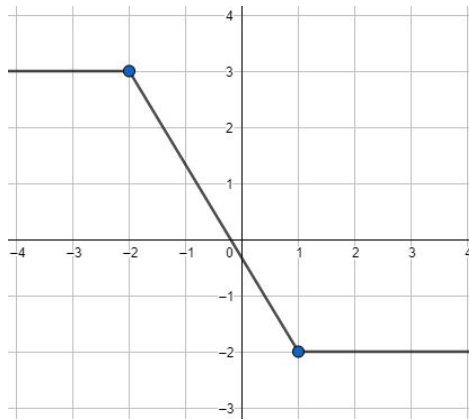
c)  $y = |4x^2 - 4|$



Quines funcions són...

- a) Lineals?
- b) Exponencials?
- c) Radicals?
- d) De proporcionalitat inversa?
- e) Quadràtiques?
- f) valor absolut?

37. Escriu l'equació de la següent funció a trossos:



38. Dibuixa la següent funció a trossos

a)

$$y = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -1 \\ x+1 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

39. Dibuixa la següent paràbola interceptada per una recta.

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x - 3 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$$

40. Troba **EL VÈRTEX** i els **PUNTS DE TALL amb els eixos** de la paràbola següent i els punts amb els que talla amb la recta:

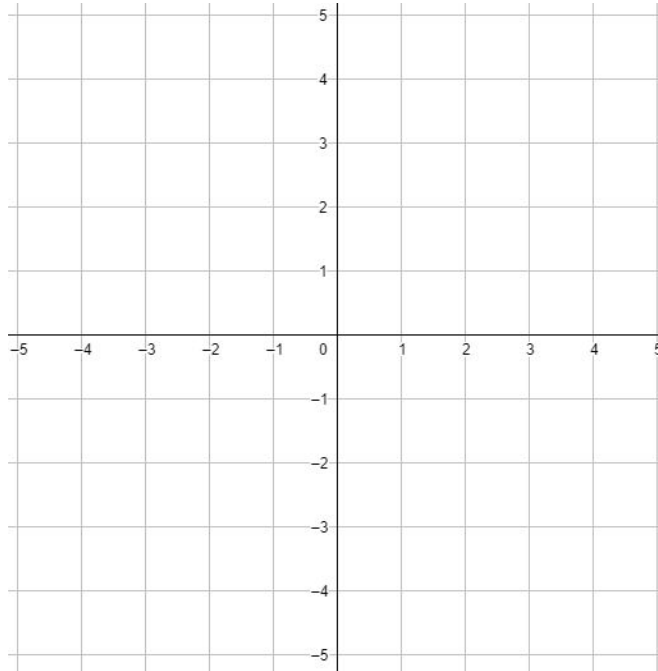
$$y = -x^2 + 2x + 4$$

Vèrtex:

Punt de tall amb l'eix Y:

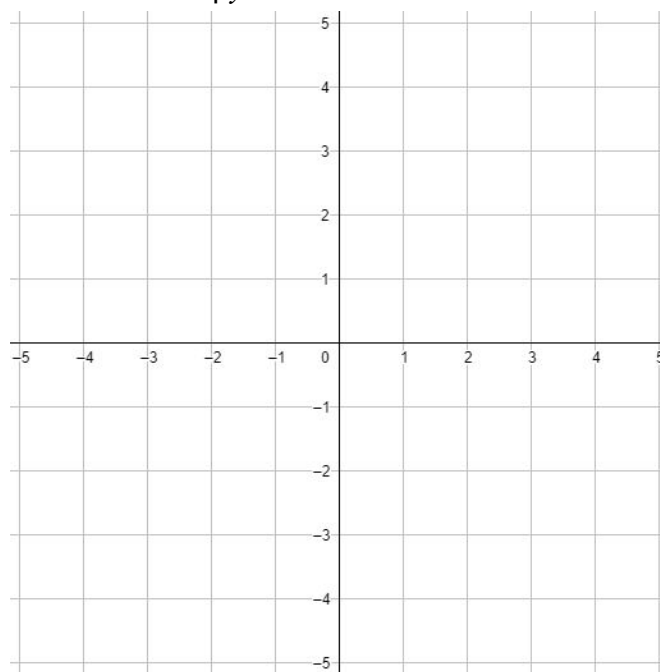
Punts de tall amb l'eix X

Representa la paràbola:



41. Resol gràficament i analíticament el sistema següent:

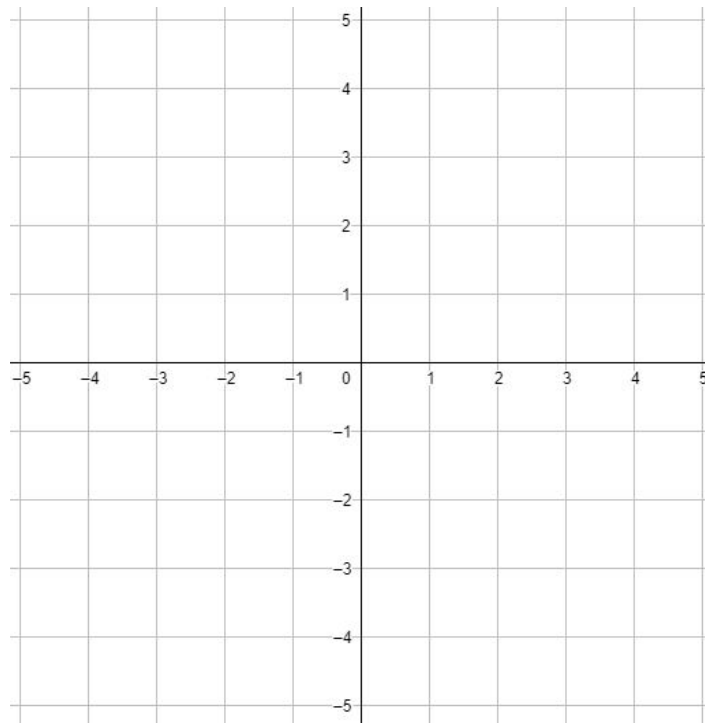
$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 4 \\ y = -x + 4 \end{cases}$$



42. Representa la funció de proporcionalitat inversa següent, troba primer l'asímtota:

$$y = \frac{2}{x-2} + 1$$

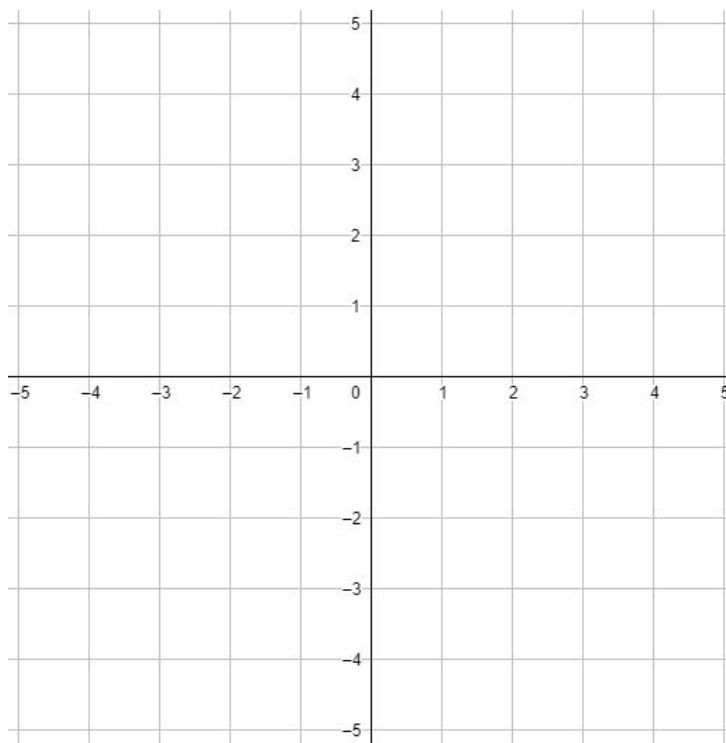
Asímtotes:



43. Representa les següents funcions radicals, a partir de quin valor de x les pots dibuixar?

$$y = 2\sqrt{-x+3}$$

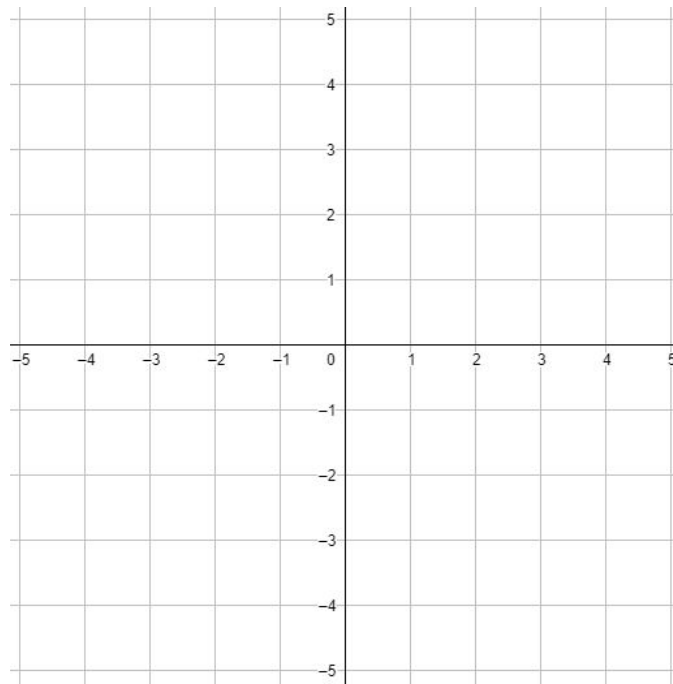
Representa la funció:



44. Representa les següents funcions exponencials:

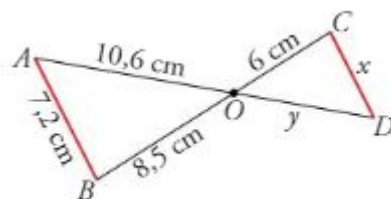
$$y = 1,6^x$$

Representa la funció:



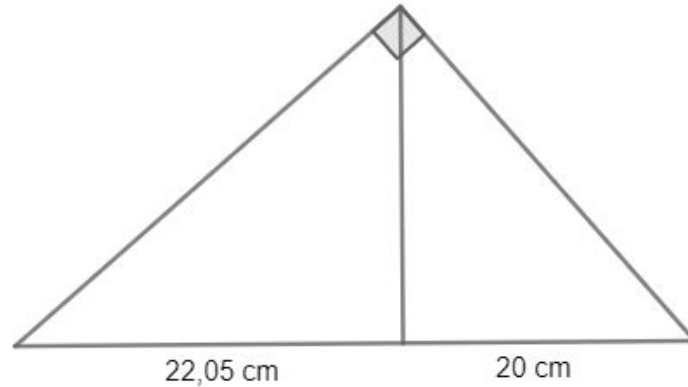
### TEMA 6

45. Observa aquesta figura, en la qual el segment AB és paral·lel a CD.



- Digues per què són semblants els triangles AOB i ODC.
- Calcula  $x$  i  $y$ .

46. En un triangle rectangle, les projeccions dels catets sobre la hipotenusa mesuren 20 cm i 22,05 cm. Calcula les mesures dels catets i l'altura sobre la hipotenusa:



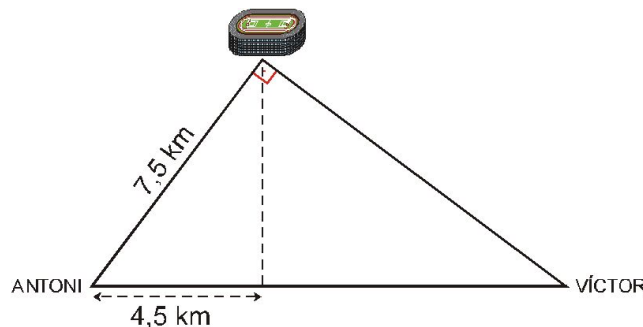
47. Troba el volum d'un tronc de con sabent que la seva altura és de 10 cm i els radis de les seves bases tenen 6 cm i 21 cm.

48. Una constructora està venent un bloc de pisos usant una maqueta feta a escala 1:150.

- a) Es deixa una parcel·la rectangular per a activitats esportives, amb unes dimensions en la maqueta de 25 cm x 52 cm. Quines dimensions té en la realitat?
- b) Un parc té una àrea de  $750 \text{ cm}^2$  en la maqueta, quina és la seva dimensions reals?

49. Un rectangle té dimensions 3 cm x 6 cm. Calcula l'àrea i les dimensions d'un altre rectangle semblant a aquest, sabent que la raó entre les seves àrees és de 94.

50. Antoni i Víctor tenen les seves cases a la mateixa vorera d'un carrer recte. Tots els dies van a un poliesportiu que forma triangle rectangle amb les seves cases. Observa la figura i respon:



- a. A quina distància està la casa de Víctor del poliesportiu?
- b. Quina distància separa les dues cases?

## TEMA 7

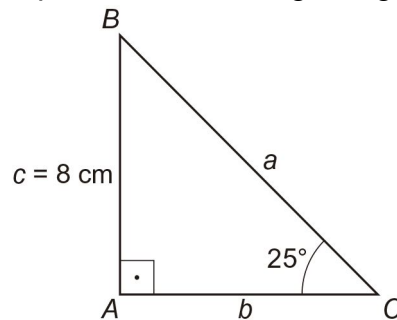
51. Sabent que un angle agut  $\alpha$  té com a cosinus  $\cos(\alpha) = \frac{1}{5}$ , calcula usant radicals els valors:

- $\sin(\alpha) =$
- $\operatorname{tg}(\alpha) =$

52. Sabent que  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{3}{4}$ , i que  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ . Calcula:

- Quin és l'angle  $\alpha$ ?
- Quin és  $\sin(\alpha)$
- Quin és  $\cos(\alpha)$

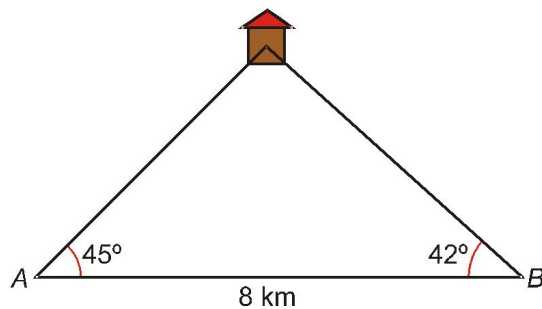
53. Troba l'angle i els costats que falten del triangle següent:



54. Un tronc de 6,2m està recolzat en una paret i forma amb el terra un angle de  $55^\circ$ .

- A quina altura de la paret es troba recolzat?
- Calcula la distància des de l'extrem inferior del tronc fins a la paret.

55. Dues ambulàncies, distanciades de 8km en línia recta, reben una trucada d'urgència d'una casa. Observant la figura digues quina ambulància arribarà abans.

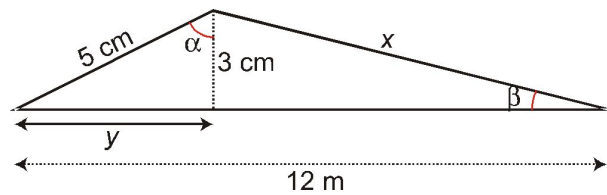




56. Completa el quadre:

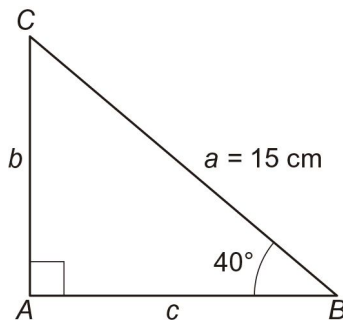
RADIANTS	GRAUS
	$315^\circ$
$\frac{3}{5}\pi$	
	$-53^\circ$
$\frac{17}{3}\pi$	

57. Observa el triangle i calcula:



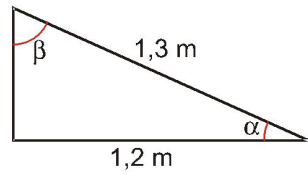
- Els valors de  $x$  i  $y$
- Cosinus, sinus i tangent dels angles  $\alpha$  i  $\beta$

58. Troba l'angle i els costats que falten del triangle següent:



59. Carles puja una rampa de 35 metres fins a la teulada de casa seva. Sent allà, mesura l'angle que forma la visual entre la seva casa i la rampa, que resulta ser de  $70^\circ$ . Calcula l'alçària de la casa de Carles i l'angle que hi ha entre la rampa i el terra.

60. Calcula les raons trigonomètriques dels angles aguts del triangle rectangle següent.



61. Resol el triangle ABC sabent que  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  $a = 6\text{ cm}$  i  $b = 9\text{ cm}$

62. Resol el triangle ABC tal que  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 35^\circ$  i  $c = 12\text{ cm}$ . Troba l'angle i els costats que falten del triangle.

63. Resol el triangle següent:

